SOLUCIONARIO ENSAYO

1. A) $\frac{3}{5}-\frac{1}{2}=\frac{6-5}{10}=\frac{1}{10}\neq\frac{2}{3}$ ✗

B) $\frac{3}{7}:\frac{7}{3}=\frac{3}{7}\cdot\frac{3}{7}=\frac{9}{49}\neq 1$ ✗

C) $\frac{3}{4}\cdot\frac{20}{81}=\frac{1}{1}\cdot\frac{5}{27}\neq\frac{80}{243}$ ✗

D) $\left(\frac{3}{10}+\frac{2}{5}\right)\cdot\frac{1}{2}=\left(\frac{3+4}{10}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{7}{10}\cdot\frac{1}{2}=\frac{7}{20}$ ✓

2. $x: precio\ de\ un\ alfajor\ de\ chocolate\ negro$

$y: precio\ de\ un\ alfajor\ de\ chocolate\ blanco$

Cantidad		precio
3	$\leftrightarrow$	n
1	$\leftrightarrow$	x

Cantidad		precio
4	$\leftrightarrow$	m
1	$\leftrightarrow$	y

Regla de tres

$x=\frac{1\cdot n}{3}=\$\frac{n}{3}$

Regla de tres

$y=\frac{1\cdot m}{4}=\$\frac{m}{4}$

“Se pagan $\$15.000$ por 15 alfajores de chocolate negro más 20 alfajores de chocolate blanco”

$$15\cdot\frac{n}{3}+20\cdot\frac{m}{4}=15.000$$
$$5n+\quad 5m=15.000\qquad /:5$$
$$n+\quad m=\$3.000$$

A)

3.

Cantidad		porcentaje
$\frac{p}{q}$	$\leftrightarrow$	100
$p-q$	$\leftrightarrow$	x

Regla de tres:

$$x = \frac{100(p-q)}{\frac{p}{q}}\%$$

$$x = \frac{100q(p-q)}{p}\%$$ C)

4. Precio de compra del dron — Precio de venta del con 28% de ganancia

Precio de compra del dron	Precio de venta del con 28% de ganancia
x	$1{,}28x$

$$Ganancia = \$84.000$$

$$1{,}28x - x = 84.000$$

$$0{,}28x = 84.000$$

$$\frac{28}{100}x = 84.000$$

$$x = \frac{100{:}4 \cdot 84.000}{28{:}4}$$

$$x = \frac{25 \cdot 84.000{:}7}{7{:}7}$$

$$x = 25 \cdot 12.000$$

$$x = \$300.000$$

$$Precio\ de\ venta\ del\ dron = 300.000 + 84.000 = \$84.000$$ C)

5. A) $a - b = 2{,}5 \cdot 10^{-4} - 0{,}5 \cdot 10^{-4}$

$= 25 \cdot 10^{-5} - 5 \cdot 10^{-5}$

$= (25 - 5) \cdot 10^{-5}$

$= 20 \quad \cdot 10^{-5}$

$\neq 20 \cdot 10^{-3}$ ×

B) $\frac{b}{a} = \frac{0{,}5 \cdot 10^{-4}}{2{,}5 \cdot 10^{-4}} = \frac{0{,}5}{2{,}5} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5} = 0{,}2 = 2 \cdot 10^{-1}$ ✓

C) $a \cdot b = 2{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-4}$

$= 25 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^{-5}$

$= 125 \cdot 10^{-10}$

$= 1{,}25 \cdot 100 \cdot 10^{-8}$

$\neq 1{,}25 \cdot 10^{-12}$ ×

D) $a + b = 2{,}5 \cdot 10^{-4} + 0{,}5 \cdot 10^{-4}$

$= 25 \cdot 10^{-5} + 5 \cdot 10^{-5}$

$= (25 + 5) \cdot 10^{-5}$

$= 30 \quad \cdot 10^{-5} \neq 30 \cdot 10^{-10}$ ×

6. $B: cantidad\ de\ bacterias$

$C: cantidad\ de\ células\ corpóreas$

"Si según estudios, aproximadamente la cantidad de estas bacterias corresponde a 1,2 veces la cantidad de células corpóreas que tiene un humano"

$B = 1{,}2 \cdot C$

$4{,}8 \cdot 10^{13} = 1{,}2 \cdot C$

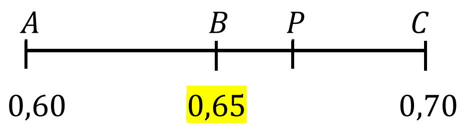
$\frac{4{,}8 \cdot 10^{13}}{1{,}2} = C$

$\frac{48 \cdot 10^{12}}{12 \cdot 10^{-1}} = C$

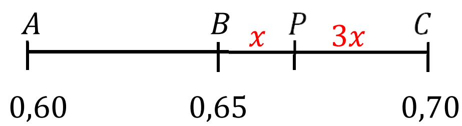
$\frac{48 : 12 \cdot 10^{12-(-1)}}{12 : 12} = C$

$4 \cdot 10^{13} = C$ C)

7. "B es el punto medio entre A y C"



"tal que $BP : PC = 1 : 3$"



$$x + 3x = 0{,}70 - 0{,}65$$
$$4x = 0{,}05$$
$$x = \frac{0{,}05}{4}$$
$$x = \frac{5}{400}$$
$$x = \frac{1}{80}$$

$$P = B + x = 0{,}65 + \frac{1}{80} = \frac{65}{100} + \frac{1}{80}$$
$$= \frac{13}{20} + \frac{1}{80}$$
$$= \frac{52 + 1}{80}$$
$$= \frac{53}{80}$$ D)

8. A) Los pasajeros que no son europeos corresponden a un 60% de V.

""a" pasajeros son europeos, los que corresponden a las dos quintas partes del total V"

Pasajeros europeos $= a = \frac{2}{5}V$

$\Rightarrow$ Pasajeros que no son europeos $= V - a$

$$= V - \frac{2}{5}V$$
$$= \frac{3}{5}V$$
$$= \frac{3 \cdot 20}{5 \cdot 20}V$$
$$= \frac{60}{100}V$$
$$= 60\% \; de \; V \checkmark$$

B) El 20% de los pasajeros son europeos.

Pasajeros europeos $= a = \frac{2}{5}V = \frac{2 \cdot 20}{5 \cdot 20}T = \frac{40}{100}V = 40\% \; de \; V$ ×

C) El número total de pasajeros que no son europeos son 1,2 veces el número de pasajeros europeos.

$No \; eurpeos = x \cdot europeos$

$$\frac{3}{5}V = x \cdot \frac{2}{5}V \quad \Longrightarrow \frac{3V}{5} \cdot \frac{5}{2V} = x \quad \Longrightarrow \frac{3}{2} = x \quad \Longrightarrow 1{,}5 = x$$ ×

D) El $\frac{a}{V}\%$ de los pasajeros son europeos.

$$\frac{a}{V}\% = \frac{\frac{2}{5}V}{V}\% = \frac{2}{5}V \cdot \frac{1}{V}\% = \frac{2}{5}\% = 0{,}4\% \neq 40\%$$ ×

9. $$\frac{2^{a+2}+2^{a+2}+2^{a+2}}{8^{a+2}} = \frac{3 \cdot 2^{a+2}}{8^{a+2}}$$
$$= 3 \cdot \left(\frac{2}{8}\right)^{a+2}$$
$$= 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{a+2}$$
$$= \frac{3}{4^{a+2}}$$ D)

10. $a^2 = \left(\sqrt{15}\right)^2 = 15$

$b^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 4 \cdot 3 = 12$ (menor)

$c^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 = 9 \cdot 2 = 18$ (mayor)

En consecuencia $b < a < c \implies b \cdot c = 2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} = 6 \cdot \sqrt{3 \cdot 2} = 6 \cdot \sqrt{6}$ A)

11. A) En total hay 130 participantes en el congreso.

“el primer día participan 52 astrónomos y 26 astrofísicos, siendo estas personas tres cuartos del total de participantes”

$\frac{3}{4} \cdot total = 52 + 26$

$\frac{3}{4} \cdot total = 78$

$total = \frac{4}{3} \cdot 78$

$total = 104$ ✗

B) Hay 78 astrónomos participando en el congreso.

“Si del resto de las personas participantes la cantidad de astrónomos y astrofísicos es la misma”

x: $cantidad\ astrónomos\ restantes\ y\ de\ astrófisicos\ restantes$

$78 + 2x = 104$

$2x = 104 - 78$

$2x = 26$

$x = 13 \quad \implies Total\ de\ astrónmos = 52 + 13 = 65 \neq 78$ ✗

C) En el congreso participan en total 39 astrofísicos.

$Total\ de\ astrofísicos = 26 + 13 = 39$ ✓

D) La Cantidad de astrónomos es el doble que la cantidad de astrofísicos.

$2 \cdot Total\ de\ astrofísicos = 2 \cdot 39 = 78 > 65$ ✗

12. $Monto\ de\ interés\ aplicado\ a\ la\ cuota\ atrasada = (Q-P)$

Precio		Porcentaje
P	$\leftrightarrow$	100%
$(Q-P)$	$\leftrightarrow$	x

Regla de tres

$$\Rightarrow \quad x = \frac{(Q-P)\cdot 100\%}{P}$$

$$x = \left(100 \cdot \frac{Q-P}{P}\right)\%$$ B)

13. $\sqrt[n]{p^a}\cdot\sqrt[a]{p^n} = p^{\frac{n}{a}}\cdot p^{\frac{a}{n}} = p^{\frac{n}{a}+\frac{a}{n}} = p^{\frac{n^2+a^2}{an}}$ C)

14.

$$\left(\frac{9}{16}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{4}$$

Paso 1

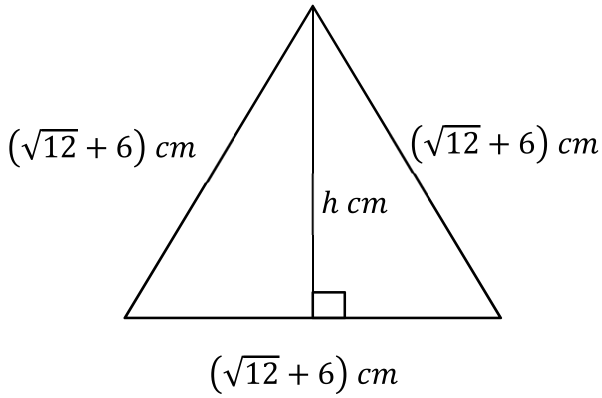
$$\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{2}\right]^{-2}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{4}$$ ✓

Paso 2

$$\left[\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}\right]^{-2}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{4} \neq \left[\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}\right]^{2}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{4}$$ × B)

15. Hay que saber: La altura de un triángulo equilátero es $\frac{lado}{2} \cdot \sqrt{3}$

$$h = \frac{(\sqrt{12} + 6)}{2} \cdot \sqrt{3}$$
$$h = \frac{(\sqrt{4 \cdot 3} + 6)}{2} \cdot \sqrt{3}$$
$$h = \frac{(2\sqrt{3} + 6)}{2} \cdot \sqrt{3}$$
$$h = \frac{2(\sqrt{3} + 3)}{2} \cdot \sqrt{3}$$
$$h = (\sqrt{3} + 3) \cdot \sqrt{3}$$
$$h = 3 + 3\sqrt{3}$$



$$\text{Área del triángulo} = \frac{base \cdot altura}{2}$$
$$= \frac{(\sqrt{12}+6)\cdot(3+3\sqrt{3})}{2}$$
$$= \frac{(2\sqrt{3}+6)\cdot(3+3\sqrt{3})}{2}$$
$$= \frac{2(\sqrt{3}+3)\cdot(3+3\sqrt{3})}{2}$$
$$= (\sqrt{3} + 3) \cdot (3 + 3\sqrt{3})$$
$$= 3\sqrt{3} + 3 \cdot 3 + 9 + 9\sqrt{3}$$
$$= (18 + 12\sqrt{3})\ cm$$ A)

16. "se triplica cada dos semanas"

Factor de crecimiento $B = 3$

"un laboratorio tiene una población de 4.860 ratoncitos"

Cantidad final $C_f = 4.860$

¿cuántos ratoncitos tenía el laboratorio dos meses antes?

$$n = \frac{2\ meses}{2\ semanas} = \frac{2 \cdot 4\ semanas.}{2\ semanas} = 4\ períodos$$

Cantidad inicial $C_f = C_i \cdot B^n$

$$4.860 = C_i \cdot 3^4$$

$$\frac{4.860}{81} = C_i$$

$$60 = C_i$$ A)

Hay que saber que:

Problema de crecimiento y decrecimiento:

$$C_f = C_i \cdot B^n$$

Cantidad final C_f

Cantidad inicial C_i

Factor de crecimiento B

Número de periodos n

17. "al triple del antecesor de x"

$3(x-1)$

"se le resta 15 veces x"

$3(x-1)-15x$

"da como resultado 10 veces x,"

$3(x-1)-15x=10x$

"aumentado en 20"

$3(x-1)-15x=10x+20$ D)

18. $ax+2x \quad -ay-2y \quad +3a+6$

$(ax+2x)-(ay+2y)+3(a+2)$

$(a+2)\cdot x-(a+2)\cdot y+3(a+2)$

$(a+2)\cdot(x-y+3)$ D)

19. $(5+p)(5-q)$ corresponde al producto entre dos binomios con término común.

Hay que saber:

$(x+t)(x+s)=x^2+(t+s)\cdot x+(t\cdot s)$

$\Longrightarrow (5)^2+\big(p+(-q)\big)\cdot 5+(p\cdot(-q))$

$\Longrightarrow 25+(p-q)\cdot 5-pq$

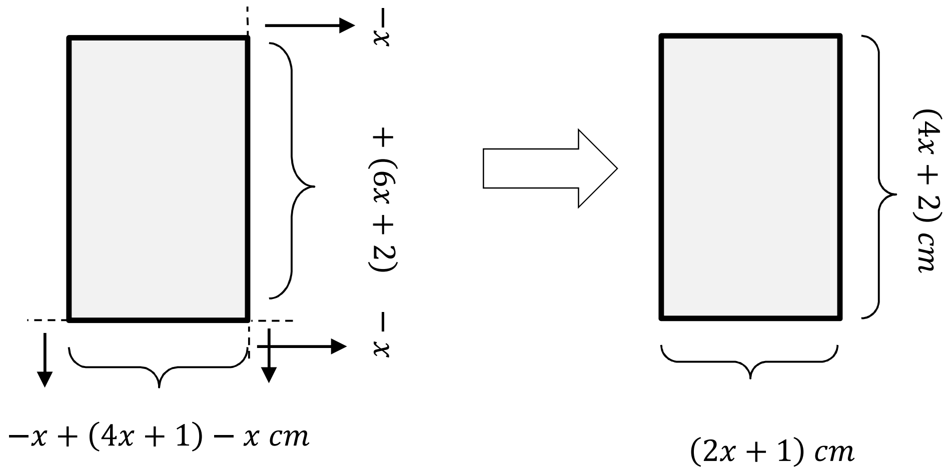
Como $p-q=4$ y $pq=12$

$\Longrightarrow 25+(4)\cdot 5-12$

$\Longrightarrow 25+20-12=33$ B)

20. $Ancho\ ventana = -x + (4x + 1) - x = (2x + 1)\ cm$

$Ancho\ ventana = -x + (6x + 2) - x = (4x + 2)\ cm$



¿Cuál es el área correspondiente al vidrio de la ventana, en cm^2?

$Área\ vidrio = (2x + 1) \cdot (4x + 2)$

$Área\ vidrio = 8x^2 + 4x + 4x + 2$

$Área\ vidrio = 8x^2 + 8x + 2\ \ cm^2$ C)

21. $\dfrac{a+1}{x} - c = d$

$\dfrac{a+1}{x} = c + d$

$a + 1 = x(c + d)$

$\dfrac{a+1}{c+d} = x$ B)

CAREZ&CÓRDOVA PREUNIVERSITARIO

UNIVERSIDAD ADOLFO IBÁÑEZ

22. "la superficie de la región verde es igual a la de color azul"

$Azul = r + 2$

$Verde = r + 2$

"color amarillo es el doble de la de color verde"

$Amarillo = 2(r + 2)$

"sector circular rojo es el triple del área de color amarillo"

$Rojo = 3 \cdot 2(r + 2) = 6(r + 2)$

De esta manera, considerando que el área total es $1.200\ cm^2$, se conforma la siguiente ecuación:

$$
\begin{aligned}
Rojo + Amarilla + Verde + Azul &= Total \\
6(r+2) + 2(r+2) + (r+2) + (r+2) &= 1.200 \\
6r + 12 + 2r + 4 + 2r + 4 &= 1.200 \\
10r + 20 &= 1.200 \\
10r &= 1.180 \\
r &= \frac{1.180}{10} \\
r &= 118
\end{aligned}
$$

$Rojo = 6(r + 2) = 6 \cdot (118 + 2) = 6 \cdot 120 = 720\ cm^2$ D)

23. "Cada año Pedro ahorra $\$\,p$ y en la actualidad tiene ahorrado $\$\,n$"

Hace 1 año	actual	En 5 años más
$\$(n-p)$	$\$n$	$\$(n+5p)$

"en 5 años va a tener ahorrado el triple del dinero que tenía ahorrado hace un año"

$3(n-p) = n + 5p$

$3n - 3p = n + 5p$

$3n - n = 3p + 5p$

$2n = 8p$

$n = \frac{8p}{2}$

$n = 4p$

¿Qué cantidad de dinero ahorrado tendrá Pedro en 1 año más?

$n + p = 4p + p = \$5p$ C)

24. En este problema, las variables son los puntos y los votos vendidos. Confeccionemos la tabla de valores

x: $puntos\ que\ recibe\ la\ alianza\ verde.$

Puntos	Votos
210	1.400
x	1.200

Hay que saber que:

Si las variables son directamente proporcionales:

variable x		variable y
a	$\leftrightarrow$	p
b	$\leftrightarrow$	q

Use regla de tres $\Rightarrow$ $a = \dfrac{bp}{q}$

"El reglamento dice que los puntos dinero deben ser repartidos de manera directamente proporcional a los votos que lograron vender"

$$x = \frac{210 \cdot 1.200 : 200}{1.400 : 200}$$

$$x = \frac{210 : 7 \cdot 6}{7 : 7}$$

$$x = \frac{30 \cdot 6}{1}$$

$$x = 180$$

Romina recibe $210.000

$\Longrightarrow Puntos\ totales = Roja + Verde$

$Puntos\ totales = 210 + 180$

$Puntos\ totales = 390$ D)

25. $2x - \frac{3}{4} \leq \frac{2}{5} - \frac{4-3x}{4} \qquad /\cdot 20$

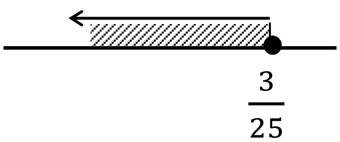
$$40x - 3 \cdot 5 \leq 2 \cdot 4 - 5 \cdot (4 - 3x)$$

$$40x - 15 \leq 8 - 20 + 15x$$

$$40x - 15x \leq 8 - 20 + 15$$

$$25x \leq 3$$

$$x \leq \frac{3}{25}$$



$\left]-\infty, \ \frac{3}{25}\right]$ A)

26. $600 < \quad C \quad \leq 960$

$$550 \leq \quad A \quad < 850$$

$$600 + 550 < C + A < 960 + 850$$

$$1.150 < C + A < 1810$$

$]1.150 \, , \ 1.810[$ B)

27. Método de reducción

$$\left.\begin{array}{rcr} 3x + 2y &=& 11 \\ 2x + 7y &=& -4 \end{array}\right| \begin{array}{l} /\cdot -2 \\ /\cdot 3 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{rcr} -6x - 4y &=& -22 \\ 6x + 21y &=& -12 \end{array}\right|$$

$0 + 17y = -34$

$y = \frac{-34}{17}$

$y = -2$

Reemplazando en Ec.1

$3x + 2 \cdot (-2) = 11$

$3x \quad - 4 \quad = 11$

$3x \quad = 15$

$x \quad = \; 5$

Por lo tanto, $x \cdot y = 5 \cdot (-2) = -10$ A)

28. a: *precio plan por adulto*

b: *precio plan por menor*

"dos adultos y tres menores por $\$25.000$"

$(ec\ 1) \qquad 2a + 3b = 25.000$

$\qquad\qquad 2a \quad = 25.000 - 3b$

"un adulto y un menor por $\$10.500$"

$(ec\ 2) \qquad a + b = 10.500$

Luego $\left.\begin{array}{r} 2a = 25.000 - 3b \\ a + b = 10.500 \end{array}\right|$ C)

29. x: *cantidad de hinchas locales por partido.*

y: *cantidad de hinchas visitantes por partido.*

“primer encuentro el precio de las entradas fue de \$400 para hinchas del equipo local y $\$600$ para hinchas visitantes, recaudando $\$540.000$”

$(ec\ 1) \qquad 400x + 600y = 540.000$

“segundo partido el valor de las entradas fue de $\$300$ para hinchas locales y $\$700$ para hinchas visitantes, con una recaudación de $\$480.000$”

$(ec\ 2) \qquad 300x + 700y = 480.000$

Estrategia: por reducción eliminar x

$$\begin{array}{lrrr|l} (ec\ 1) & 400x + & 600y = & 540.000 & /:(200) \\ (ec\ 2) & 300x + & 700y = & 480.000 & /:(100) \end{array}$$

$$\begin{array}{lrrr|l} (ec\ 1) & 2x + & 3y = & 2.700 & /\cdot(-3) \\ (ec\ 2) & 3x + & 7y = & 4.800 & /\cdot(2) \end{array}$$

$$\begin{array}{lrrr|} (ec\ 1) & -6x - & 9y = & -8.100 \\ (ec\ 2) & 6x + & 14y = & 9.600 \\ \hline & 0 & +5y = & 1.500 \\ & & y = & 300 \end{array}$$

Reemplazando en Ec.1

$$\begin{aligned} 2x + 3\cdot(300) &= 2.700 \\ 2x + 900 &= 2.700 \\ 2x &= 1.800 \\ x &= 900 \end{aligned}$$

¿cuál es la capacidad total espectadores del gimnasio, considerando que en ambos partidos estaba completo?

Por lo tanto, $x + y = 900 + 300 = 1.200$ B)

30. $4(x+7)^2 = 144$

$$(x+7)^2 = \frac{144}{4}$$

$$(x+7)^2 = 36 \qquad /\sqrt{}$$

$$x+7 = \pm 6$$

$$x = -7 \pm 6$$

$\Longrightarrow \quad x_1 = -7-6 = -13$ y $x_2 = -7+6 = -1$ D)

31. x: *cantidad de amigos que viajaban inicialmente.*

"contratan un transporte por \$200.000 cuyo monto será dividido en partes iguales"

Inicialmente cada uno pagaría $\$\frac{200.000}{x}$.

"Si a última hora se suman 5 amigos más"

Cada uno pagará $\$\frac{200.000}{(x+5)}$

"la cuota a pagar por cada uno por concepto de transporte disminuye en \$2.000"

$$\frac{200.000}{x} - 2.000 = \frac{200.000}{(x+5)} \qquad /\cdot \frac{x(x+5)}{1000}$$

$$200(x+5) - 2x(x+5) = 200x$$

$$200x + 1.000 - 2x^2 - 10x = 200x$$

$$1.000 - 2x^2 - 10x = 0$$

$$-2x^2 - 10x + 1.000 = 0 \qquad /:(-2)$$

$$x^2 - 5x + 500 = 0$$

$$(x-20)(x+25) = 0$$

$$\Longrightarrow x_1 = 20 \checkmark \text{ ó } x_2 = -25 \times$$

x representa cantidad de personas por lo que se descarta $x_2 = -25$

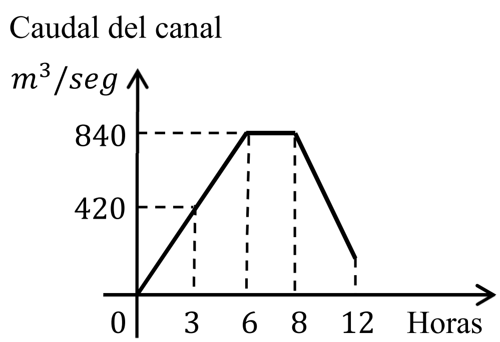
Luego, inicialmente viajaban 20 amigos. C)

32. A) Al comienzo de la medición el canal no registraba caudal.

A las 0 horas de medición el caudal es $0\ m^3/seg$ ✓

B) El caudal es constante durante las primeras 6 horas.

Es constante entre las 6 y 8 horas ×



C) El canal disminuye su caudal durante 6 horas.

Disminuye el caudal entre las 8 horas y 12 horas, es decir solo 4 horas ×

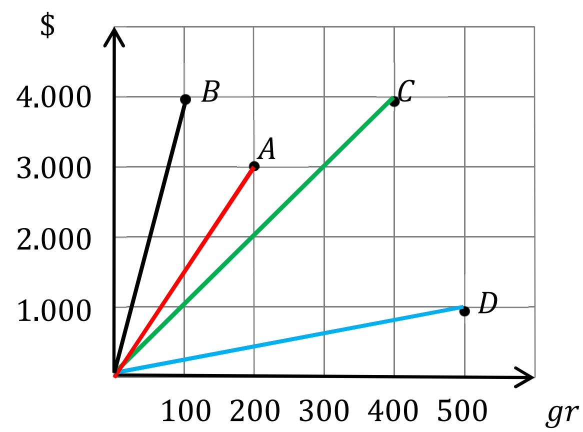
D) La medición registro un caudal de $850\ m^3/seg$ de agua..

El registro de caudal máximo fue de $850\ m^3/seg$ de agua ×

33. Estrategia:

Pendiente mayor es más cara

Pendiente menor es más barata



A) C es la más cara.

B tiene la mayor pendiente,

Por lo tanto B es la más cara ✗

B) B y C tienen el mismo valor

Pendientes distintas, precios distintos ✗

C) A cuesta el triple que D

Dos kilos de A cuesta $10 \cdot 3.000 = 30.000$

Dos kilos de D cuesta $4 \cdot 1.000 = 4.000$

Luego, $30.00 \neq 3 \cdot 4.000$ ✗

D) C es más barata que A.

C tiene menor pendiente que A, C es más barata ✓

34. “Una empresa de Rentacar cobra un valor fijo de $\$15.000$ y adicionalmente $\$600$ por kilómetro recorrido hasta un tope de 50 kilómetros”

$15.000 + 600 \cdot 50$

“sobre esa cantidad de kilómetros cobra $\$1.000$ por kilómetro recorrido adicional”

$1.000 \cdot (n - 50)$

“Si un cliente recorre 78 kilómetros, ¿cuál de las siguientes expresiones permite determinar el precio a pagar por el arriendo del vehículo?”

$15.000 + 600 \cdot 50 + 1.000 \cdot (78 - 50)$ C)

35. $\text{Área del triángulo} = \frac{base(b) \cdot altura(h)}{2}$

Para obtener la altura, determinamos la imagen de $x = 4$

$f(4) = \frac{4 \cdot 4 + 12}{7} = \frac{16+12}{7} = \frac{28}{7} = 4 \Longrightarrow h = 4$

Para obtener la base, determinamos el corte con el eje x

$f(x) = 0$

$\frac{4x+12}{7} = 0$

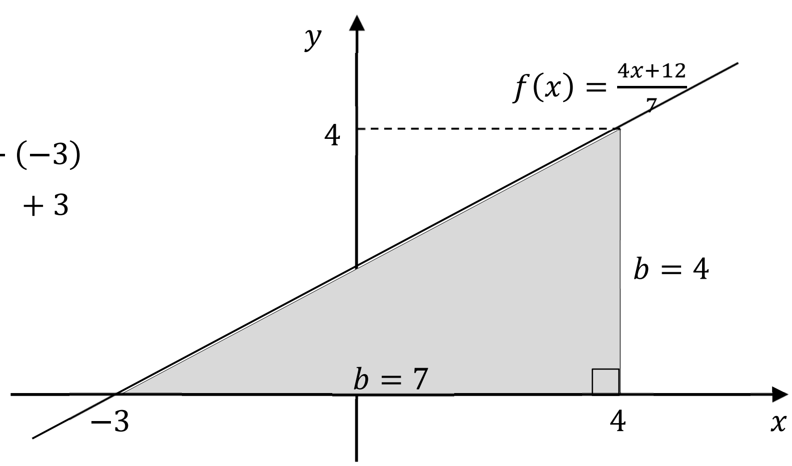
$4x + 12 = 0$

$4x = -12$

$x = -3 \Longrightarrow b = 4 - (-3)$

$b = 4 + 3$

$b = 7$



Finalmente,

$\text{Área del triángulo} = \frac{b \cdot h}{2}$

$\text{Área del triángulo} = \frac{7 \cdot 4}{2}$

$\text{Área del triángulo} = \frac{28}{2}$

$\text{Área del triángulo} = 14\, u^2$ A)

36. A) Su gráfico intersecta al eje x en los puntos $(0,-2)$ y $(0,\ 0)$.

$4x(x+2)=0$

$\Rightarrow \quad (x+2)=0 \quad$ ó $\quad 4x=0$

$x_1=-2 \qquad$ ó $\qquad x_2=0 \quad \Longrightarrow (0,-2)$ ✗ $y \quad (0,0)$

B) Su gráfico tiene como vértice el punto $(-1,-4)$.

$x=\frac{x_1+x_2}{2}$

$x=\frac{0+-2}{2}$

$x=\frac{-2}{2}$

$x=-1$

Hay que saber que:

En la parábola $f(x)=ax^2+bx+c$

Su vértice es $V=\left(V_x\ ,\ V_y\right)$

Con $V_x=-\frac{b}{2a} \qquad V_y=f(V_x)$

$V_x=\frac{x_1+x_2}{2} \qquad V_y=\frac{4ac-b^2}{4a}$

$\Longrightarrow f(-1)=4\cdot(-1)\cdot(-1+2)=-4\cdot 1=-4$

$\Longrightarrow V(-1,-4)$ ✓

C) Se cumple que $f(-3)<f(1)$.

$f(-3)=4\cdot(-3)\cdot(-3+2)=-12\cdot -1=12$

$f(1)=4\cdot(1)\cdot(1+2)=4\cdot 3=12$

$\Longrightarrow f(-3)=f(1)$ ✗

D) La grafica asociada a f, es una parábola con sus ramas hacía abajo.

$$f(x)=4x(x+2)=4x^2+8x$$

$$\Longrightarrow a=4;\ b=8;\ c=0$$

Por lo tanto, $a=4>0\Longrightarrow$ U (sus ramas hacía arriba) ✗

37. $h(t) = 24 + 18t - 3t^2$

$a = -3 \quad b = 18 \quad c = 24$

"alcanzar su altura máxima"

En $V_x = -\frac{b}{2a}$

$V_x = -\frac{18}{2(-3)}$

$V_x = +\frac{18}{6}$

$V_x = \quad 3\ seg$

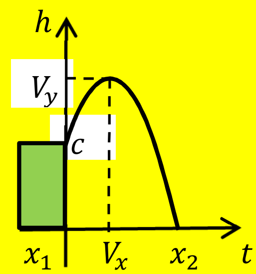
Hay que saber que:

Lanzamiento de un proyectil $h(t) = at^2 + bt + c$

¿Cuándo alcanza su altura máxima? En V_x

¿Cuánto es su altura máxima? Es V_y

¿La altura de lanzamiento? Es c



¿Cuál es la altura máxima medida desde el suelo que alcanza la estela de chispas eléctricas?

$$h(3) = 24 + 18 \cdot 3 - 3 \cdot 3^2$$
$$= 24 + 54 - 3 \cdot 9$$
$$= \quad 78 \quad - 27$$
$$= \quad 51$$

B)

38. "a 120 puntos le corresponde un 7,0"

$(120,\ 7{,}0)$

"a 72 puntos le corresponde un 4,0"

$(\ 72,\ 4{,}0)$

"un estudiante obtiene 80 puntos"

$(80,\ y)$

Estrategia Igualar Pendientes

$$\frac{y-4{,}0}{80-72}=\frac{7{,}0-4{,}0}{120-72}$$

$$\frac{y-4}{8}=\frac{3}{48}$$

$$\frac{y-4}{8}=\frac{1}{16}$$

$$y-4=\frac{8}{16}$$

$$y-4=0{,}5$$

$$y\quad=4{,}5$$

A)

Hay que saber que:

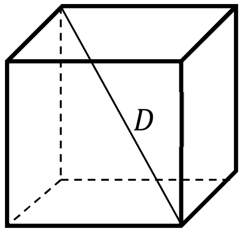
En una función afín $y=mx+c$ se puede igualar pendientes!!

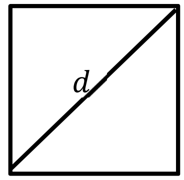
Si los puntos pertenecen a la recta con $(x_1\ ,y_1)$ y $(x_2\ ,y_2)$ son conocidos $(\ a\ ,\ b\ )$ con a ó b no conocidos

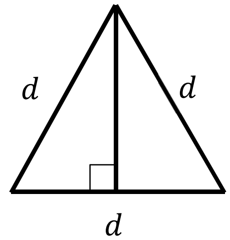
Se puede usar la ecuación

$$\frac{b-y_1}{a-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\quad \text{ó}\quad \frac{b-y_1}{a-x_1}=m$$

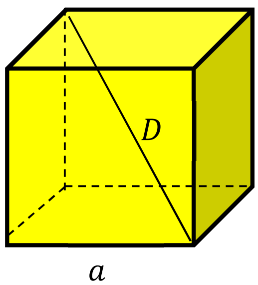
39.



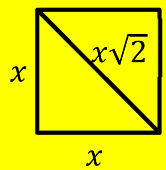




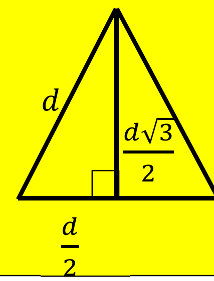
Hay que saber que:
La diagonal D de un cubo de arista a mide $a\sqrt{3}$



Hay que saber que:
La diagonal de un cuadrado de lado x mide $x\sqrt{2}$



Hay que saber que:
La altura de un triángulo equilátero de lado b mide $\frac{d\sqrt{3}}{2}$



$D = \sqrt{12}\ cm$

$D = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$

Como $D = a\sqrt{3}$

$2\sqrt{3} = a\sqrt{3}$

$2 = a$

"un cuadrado cuya área es igual al área de una de las caras del cubo"

$Área\ cuadrado = x^2$

$4 = x^2$

$2 = x$

Por Teorema de Pitágoras

$d = x\sqrt{2}$

$d = 2\sqrt{2}$

"el lado del triángulo equilátero mide lo mismo que la diagonal del cuadrado"

$lado = d = 2\sqrt{2}$

Por Teorema de Pitágoras

$h = \frac{d}{2}\sqrt{3}$

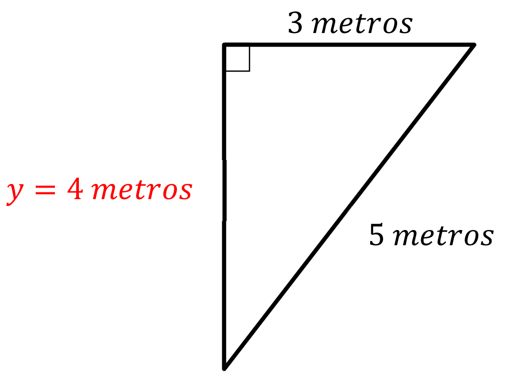
$h = \frac{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{2}$

$h = \sqrt{6}$ cm

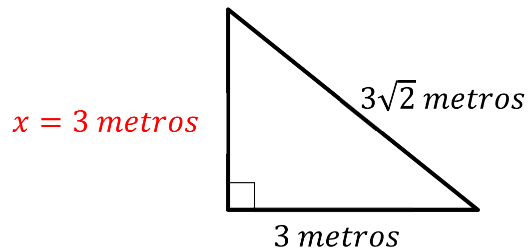
Área del triángulo (A):

$A = \frac{d \cdot h}{2} = \frac{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}}{2} = \sqrt{12}\ cm^2$ C)

40.



$Trío\ Pitagórico: 3 - 4 - 5$

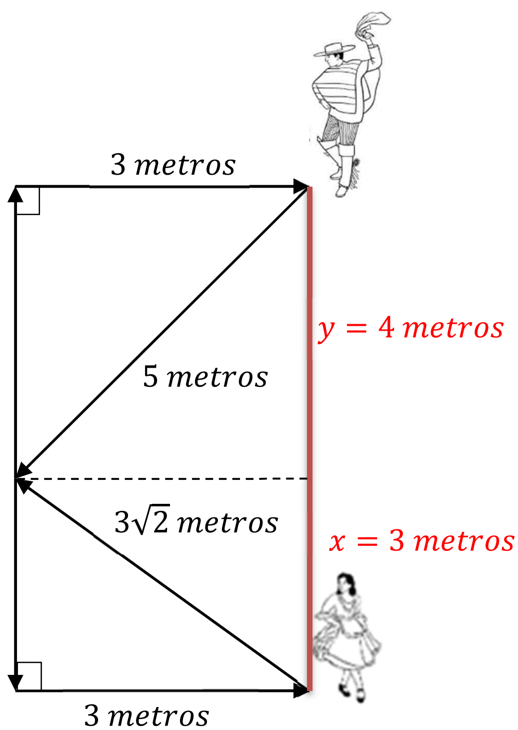


Por Pitágoras:

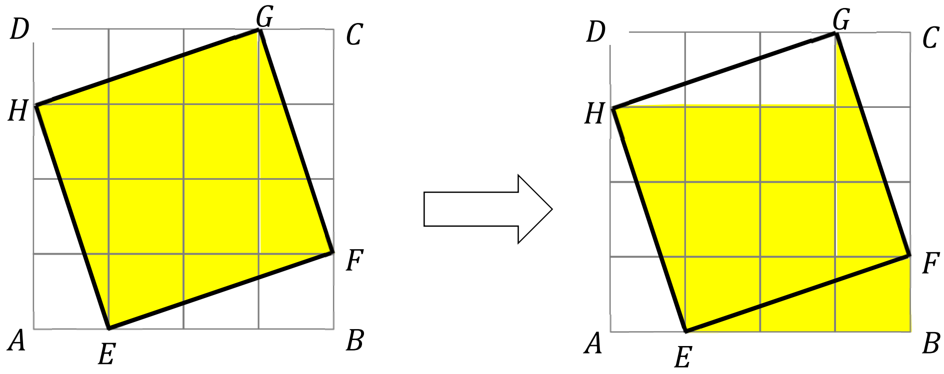
$$
\begin{aligned}
x^2 + 3^2 &= (3\sqrt{2})^2 \\
x^2 + 9 &= 9 \cdot 2 \\
x^2 + 9 &= 18 \\
x^2 &= 9 \quad /\sqrt{\square} \\
x &= \sqrt{9} \\
x &= 3\ metros
\end{aligned}
$$

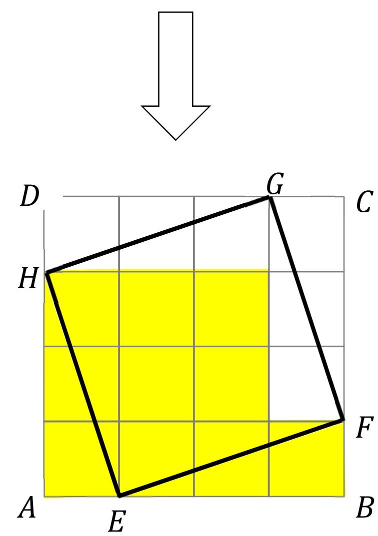
¿Cuál es la distancia entre los bailarines al volver al punto de partida?

$Distancia = x + y = 3 + 4 = 7\ metros$ A)



41.





$$\text{Área } EFGH = \frac{10}{16}\,\text{área } ABCD$$
$$= \frac{10}{16} \cdot 24$$
$$= \frac{10}{2} \cdot 3$$
$$= 15\ cm^2$$

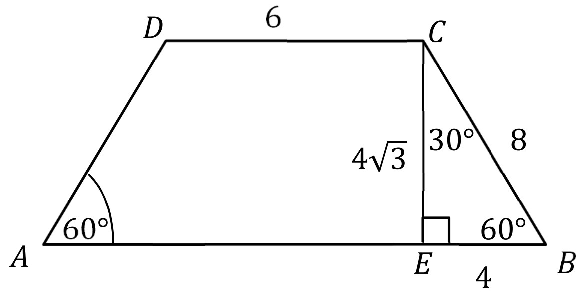
x: lado cuadrado $EFGH$

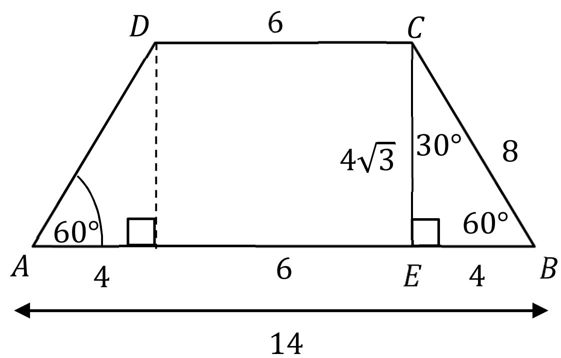
$\Rightarrow$ Área $EFGH = 15$

$$x^2 = 15 \quad /\sqrt{\ }$$
$$x = \sqrt{15}$$

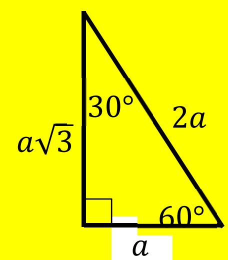
$\Rightarrow$ Perímetro $EFGH = 4 \cdot x = 4 \cdot \sqrt{15}\ cm$ D)

42. ABCD es un trapecio isósceles de lados congruentes con medida $8\ cm$.





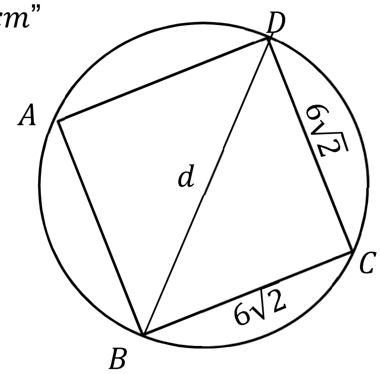
Hay que saber que:
$30° - 60° - 90°$



$$Área\ Trapecio = \frac{(AB + CD)}{2} \cdot EC$$
$$= \frac{(14 + 6)}{2} \cdot 4\sqrt{3}$$
$$= \frac{20}{2} \cdot 4\sqrt{3}$$
$$= 10 \cdot 4\sqrt{3}$$
$$= 40\sqrt{3}$$

B)

43. "Si el perímetro del cuadrado ABCD es $24\sqrt{2}\ cm$"



$$4x = 24\sqrt{2}$$
$$x = 6\sqrt{2}$$

Por lo tanto,

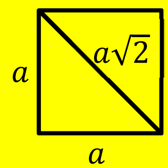
$d = 6\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$

$= 6 \cdot 2$

$= 12$

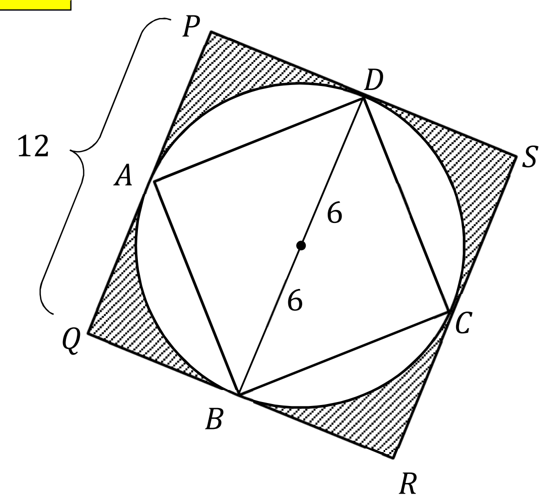
Hay que saber que:

La diagonal de un cuadrado de lado a mide $a\sqrt{2}$



Radio circulo r

$\Rightarrow r = \frac{d}{2} = \frac{12}{2} = 6$



$\acute{A}rea\ achurada$

$= \acute{A}rea\ cuadrado\ PQRS - \acute{A}rea\ círculo$

$= \quad 12^2 \quad - \quad \pi \cdot 6^2$

$= \quad 144 \quad - 36\pi$ D)

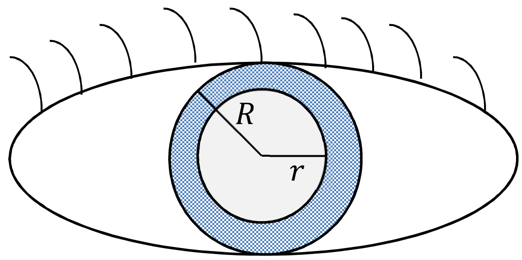
44. $\acute{A}rea\ pupila(reposo) = 4\pi$

$$\pi r^2 = 4\pi$$
$$r^2 = 4 \quad /\sqrt{\ }$$
$$r = 2$$
$$\Longrightarrow di\acute{a}metro\ d = 4$$

"se dilata aumentando su diámetro en 150%"

Nuevo diámetro $D = (100\% + 150\%) \cdot d$

$$= 250\% \cdot 4$$
$$= 2{,}50 \cdot 4$$
$$= 10{,}00$$
$$\Longrightarrow nuevo\ radio\ \ R = 5$$



$\acute{A}rea\ regi\acute{o}n\ dilatada$

$= \acute{A}rea\ pupila\ dilatada - \acute{A}rea\ pupila\ en\ reposo$

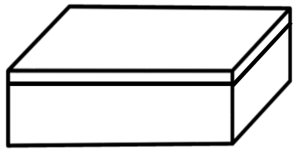
$= \pi \cdot R^2 - 4\pi$

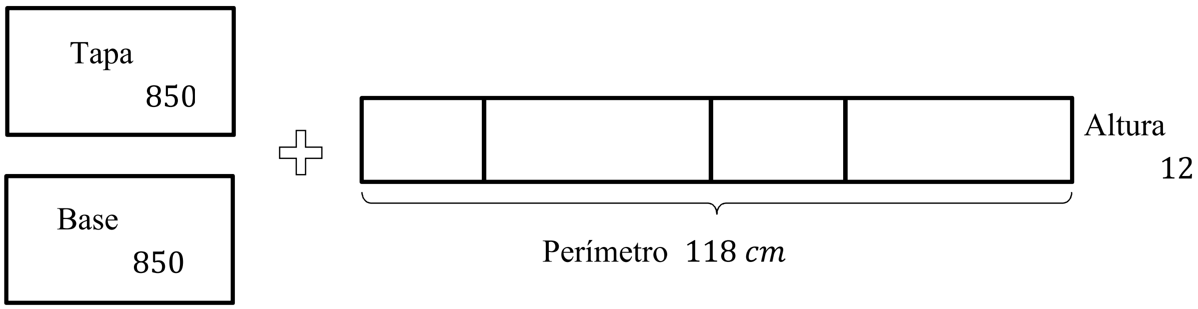
$= \pi \cdot 5^2 - 4\pi$

$= 25\pi - 4\pi$

$= 21\pi$ C)

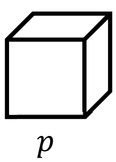
45.

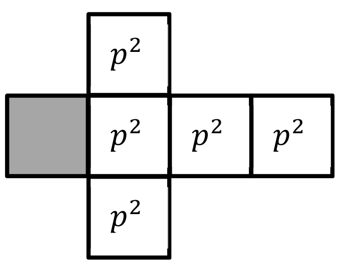




$$\text{área total prisma} = 2(\text{área basal}) + \text{área lateral}$$
$$= 2(\quad 850 \quad) + \quad 118 \cdot 12$$ B)

46. $superficie\ cubo\ completo = 6p^2$





$Superficie\ toldo\ \sin piso = 6p^2 - p^2 = 5p^2$ metros cuadrados D)

47. Estrategia por reducción

$$\left.\begin{aligned} \vec{u} + \quad \vec{v} &= (-5,-2) \\ 2\vec{u} - \quad \vec{v} &= (14,-13) \end{aligned}\right| \quad / \cdot (-2)$$

$$\begin{aligned} -2\vec{u} - \quad 2\vec{v} &= (10,\ 4) \\ 2\vec{u} - \quad \vec{v} &= (14,-13) \\ \hline 0 - \quad 3\vec{v} &= (24,-9) \\ \vec{v} &= \left(\frac{24}{-3}, \frac{-9}{-3}\right) \\ \vec{v} &= (-8,\ 3) \end{aligned}$$

C)

48. "El punto K tiene coordenadas $(10,-4)$ y se le aplica una traslación según el vector $(-6,\ 2)$, obteniéndose el punto P"

$$\begin{aligned} A &= K + (-6,\ 2) \\ &= (10,-4) + (-6,\ 2) \\ &= (4,-2) \end{aligned}$$

"Si al punto A se le aplica una traslación según $\vec{u}$, se obtiene el punto $(-4,\ 9)$"

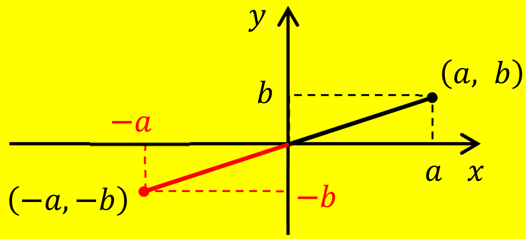
$$\begin{aligned} A + \vec{u} &= (-4,\ 9) \\ \vec{v} &= (-4,\ 9) - A \\ \vec{v} &= (-4,\ 9) - (4,-2) \\ \vec{v} &= (-4,\ 9) + (-4,\ 2) \\ \vec{v} &= (-8,\ 11) \end{aligned}$$

A)

49. "El punto $(-2,\ 5)$ se refleja en torno al origen"

$$(-2,\ 5) \rightarrow (2, -5)$$

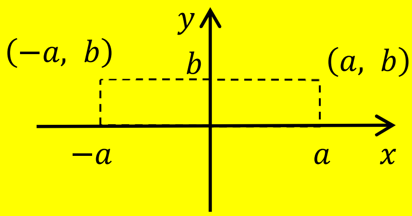
Hay que saber que:
La imagen de $(a,\ b)$ bajo una simetría respecto al origen es $(-a, -b)$



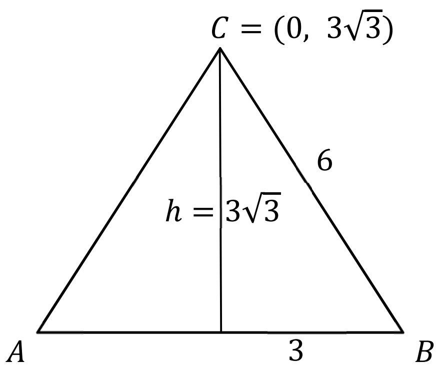
"después en torno al eje y"

$$(2, -5) \rightarrow (-2, -5) \quad \text{C)}$$

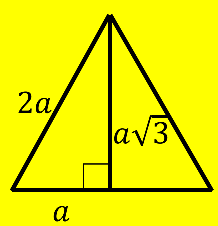
Hay que saber que:
La imagen de $(a,\ b)$ bajo una reflexión respecto al eje y es $(-a,\ b)$



50.



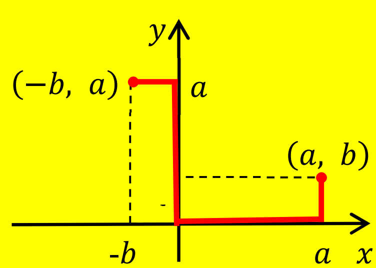
Hay que saber que:
La altura de un triángulo equilátero de lado $2a$ mide $a\sqrt{3}$



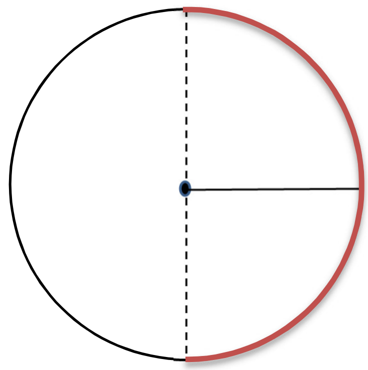
" una rotación en 90° con centro en el origen en sentido antihorario"

$C = \left(0,\ 3\sqrt{3}\right) \rightarrow C'\left(-3\sqrt{3},\ 0\right)$ D)

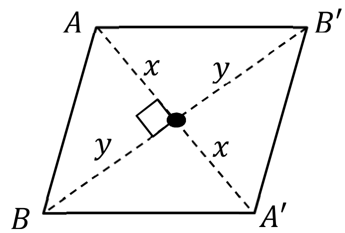
Hay que saber que:
Una rotación en $90°$ en sentido antihorario con centro en el origen es $(a,\ b) \rightarrow (-b,\ \ a)$



51. A) El radio de una circunferencia es eje de simetría de ella. ×

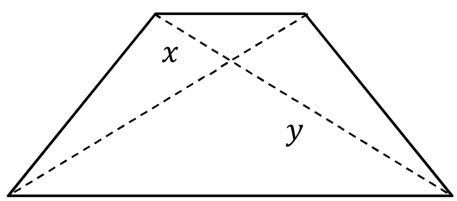


B) El punto de intersección de las diagonales de un rombo es centro de simetría de él. ✓



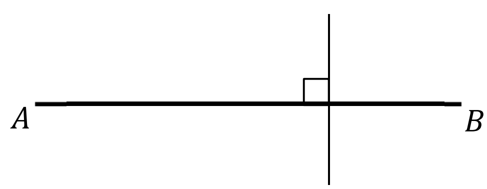
C) Las diagonales de un trapecio escaleno son ejes de simetría de él. ×

$x \neq y$



D) Un trazo perpendicular a otro, actúa como eje de simetría de dicho trazo.

Solo si lo corta en el punto medio ×

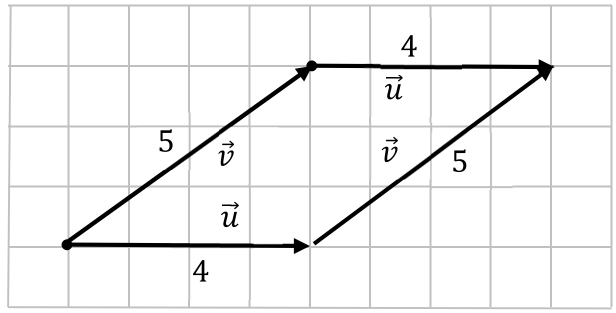


52. A) La magnitud del vector $\vec{v}$ mide 25 unidades.

$|\vec{v}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$ ✗

B) El perímetro del paralelogramo que se puede formar con los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ mide 14 unidades.

$4 + 5 + 4 + 5 = 18$ ✗



C) La magnitud del vector $\vec{u} + \vec{v}$ es de 9 unidades.

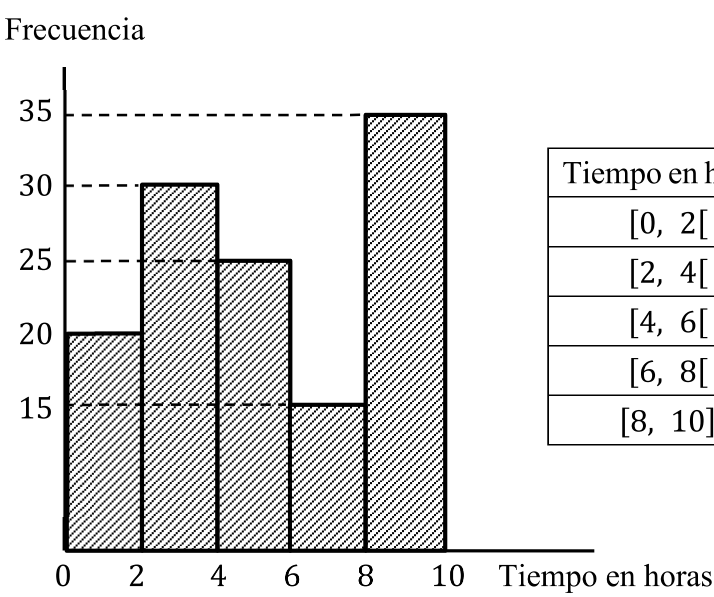
$\vec{u} + \vec{v} = (4,\ 0) + (4,\ 3) = (8,\ 3)$

$\Rightarrow \ |\vec{u} + \vec{v}| = |(8,\ 3)| = \sqrt{8^2 + 3^2} = \sqrt{64 + 9} = \sqrt{73}$ ✗

D) El área del paralelogramo que se puede formar con los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ mide 12 unidades cuadradas.

$\acute{a}rea = base \cdot altura = 4 \cdot 3 = 12$ ✓

53.



Tiempo en horas	Frecuencia
$[0,\ 2[$	20
$[2,\ 4[$	30
$[4,\ 6[$	25
$[6,\ 8[$	15
$[8,\ 10]$	35

$N = 125$

A) Se encuestó en total a 35 adultos mayores.

$N = 125$ ×

B) Hay al menos un adulto mayor de los encuestados que no participa de los talleres.

No se puede determinar ×

C) Un 40% de los adultos mayores encuestados participa a lo menos 6 horas semanales en los talleres.

$$\frac{15+35}{125} = \frac{50}{125} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 40\%$$ ✓

D) Un 50% de los adultos mayores encuestados participa como máximo 4 horas semanales en los talleres.

Puede ser que ningún adulto participa exactamente 4 horas, así

$$\frac{20+30}{125} = \frac{50}{125} = 40\%$$ ×

54. "El océano Índico abarca una superficie de 70 millones de kilómetros cuadrados y corresponde al 20% de la superficie oceánica total"

T: total superficie oceánica del planeta Tierra

$$0{,}20 \cdot T = 70$$
$$\frac{1}{5} \cdot T = 70$$
$$T = 350$$

A) El océano Ártico abarca un 4% de la superficie total del planeta Tierra.
Corresponde al 4% de la superficie total oceánica. ×

B) Si se juntan las superficies de los océanos Atlántico, Índico, Antártico y Ártico, estas superan en 28 millones de kilómetros cuadrados a la superficie del océano Pacífico.

$$Atlántico + Índico + Antártico + Ártico$$
$$= (24\% + 20\% + 6\% + 4\%) \cdot 350 = 54\% \cdot 350 = 189$$
$$Pacífico = 46\% \cdot 350 = 161$$
$$(Atlántico + Índico + Antártico + Ártico) - Pacífico = 189 - 161 = 28$$ ✓

C) Los océanos Atlántico e Índico no superan los 150 millones de kilómetros cuadrados de superficie entre los dos.

$$Atlántico + Índico = (24\% + 20\%) \cdot 350 = 44\% \cdot 350 = 154$$ ×

D) La diferencia entre las superficies que abarcan el océano Antártico y Ártico es de 7 kilómetros cuadrados.

$Antártico - Ártico = (6\% - 4\%) \cdot 350 = 2\% \cdot 350 = 7$ millones de kilómetros cuadrados ×

55.

Salario (en miles de $)	Frecuencia	Frecuencia relativa porcentual	Frecuencia relativa acumulada %
$[450, 460[$	36	12	12
$[460, 470[$	48	16	28
$[470, 480[$	96	32	60
$[480, 490[$	78	26	86
$[490, 500[$	42	14	100
	$N = 300$	100	

A) Por lo menos un 40% de los trabajadores tiene un salario mayor o igual $\$480.000$.

$26\% + 14\% = 40\%$ ✓

B) Hay 48 trabajadores con salarios mayor $\$460.000$ y menor a $\$470.000$.

$[460,\ 470[$	48	16	28

Pueden haber salarios igual $\$460.000$ ×

C) Exactamente un 60 % de los trabajadores tiene un salario menor o igual $\$480.000$.

$[470, 480[$ salario “menor” a $480.000 ×

D) Al menos hay un trabajador con un sueldo de $\$500.000$

No se puede determinar ×

56. ”El menor es 3 años menor que el hermano de al medio y el hermano mayor es 6 años mayor que el hermano de al medio”

$Menor = x \text{ años}$

$Medio = (x+3) \text{ años}$

$Mayor = (x+3+6) = (x+9) \text{ años}$

“Tres hermanos tienen un promedio 18 años”

$$\frac{menor + medio + mayor}{3} = 18$$

$$\begin{aligned} x + (x+3) + (x+9) &= 54 \\ 3x + 12 &= 54 \\ 3x &= 42 \\ x &= 14 \end{aligned}$$

$\Longrightarrow mayor = 14 + 9 = 23 \text{ años}$ D)

57. “Si la media aritmética de las edades de los niños que asistieron fue de 9,9 años”

$$\frac{9 \cdot 4 + 10 \cdot 3 + 11 \cdot x}{4+3+x} = 9{,}9$$

$$\frac{36 + 30 + 11x}{7 + x} = 9{,}9$$

$$66 + 11x = 9{,}9 \cdot (7 + x)$$

$$66 + 11x = 69{,}3 + 9{,}9x$$

$$11x - 9{,}9x = 69{,}3 - 66$$

$$1{,}1x = 3{,}3$$

$$11x = 33$$

$$x = 3$$

Edad en años	Cantidad de niños	Frecuencia Acumulada	
$m_o = 9$	Frecuencia mayor 4	4	
10	3	7	$\leftarrow x_5$ y x_6
11	3	10	

$m_o = 9$

para el calculo de la mediana $\frac{N+1}{2} = \frac{11}{2} = 5{,}5$

$\Rightarrow m_e = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{10+10}{2} = 10$ B)

58.

Asignatura	Patricio	Josefina
Física	5,4	6,0
Biología	5,0	5,4
Química	5,2	4,2
Matemática	6,2	4,7
Lenguaje	4,2	5,7
Suma	26,0	26,0

Suman lo mismo, los promedios son iguales $A = B$

Ordenando los datos se tiene que $J < K$ D)

Patricio	4.2	5.0	$m_e = J = 5.2$	5.4	6.2
Josefina	4.2	4.7	$m_e = K = 5.4$	5.7	6.0

59. A) Hay dos estudiantes que obtuvieron 625 puntos y fueron ubicados en la posición 82 y 83 por la cantidad de preguntas incorrectas que registraron.

Los percentiles 82 y 83 coinciden dado que el que a menos el 82% de los datos es menor o igual al puntaje 625 y al menos 83% de los datos también cumple con ser menor o igual a 625, esto ocurre porque la muestra puede tener datos con puntajes repetidos, y no tienen que ver con la ubicación de un estudiante a partir de su puntaje. ✗

Ejemplo: $82\%\ de\ N = p \Longrightarrow x_p = 625$ y $83\%\ de\ N = q \Longrightarrow x_q = 625$

B) Al menos un $15\ \%$ del grupo de estudiantes obtuvo un puntaje mayor o igual a 640 puntos.

El percentil 85 permite interpretar que al menos el 85% del grupo obtuvo un puntaje menor o igual a 640 puntos, por lo tanto, al menos el 15% del grupo obtuvo un puntaje mayor o igual a 640. ✓

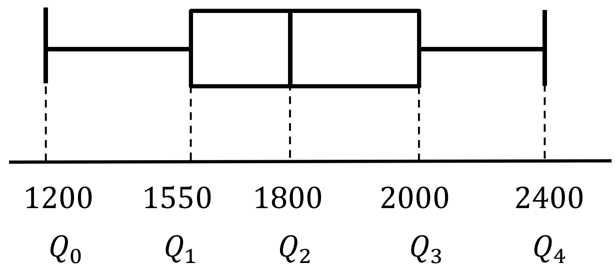
C) Hay 83 estudiantes que alcanzaron los 625 puntos.

No se conoce la cantidad de personas ✗

D) Los estudiantes que tienen puntajes mayores al percentil 80 tienen una media de 627 puntos.

No hay relación entre percentiles y la media. ✗

60.



A) Al menos el 50% del grupo de estudiantes bebe la cantidad recomendada de agua diaria sugerida por la OMS.

Al menos un 50% del grupo bebe entre $Q_1 = 1550$ y $Q_3 = 2000$ ml,

y esta parte del grupo está en el intervalo recomendado de $[1500,\ 2000]$ ✓

B) En promedio los estudiantes consumen 1800 ml de agua diariamente.

No hay relación entre $Q_2 = 1800$ y promedio o media $\bar{x}$ ×

C) Al menos un 25% del grupo de estudiantes bebe diariamente una cantidad superior a la recomendada por la OMS.

Al menos un 25% del grupo bebe diariamente una cantidad igual o superior que $Q_3 = 2000$ ml.

Los que beben más de $Q_3 = 2000$ ml pueden ser menor al 25% ×

D) El grupo está formado por 100 estudiantes.

No se conoce el número del grupo ×

61. "Se sabe que la cantidad equipos participantes eran 16 y jugaron todos contra todos dos veces (primera rueda y segunda rueda)."

Partidos jugados por el equipo "Los Casi-Casi" son 15 por rueda, ya que en total son 16 equipos, es decir, 30 partidos en total.

$$3 + 12 + n + 5 + 3 + 1 + 1 = 30$$
$$n + 25 = 30$$
$$n = 5$$

Cantidad de goles recibidos	Cantidad de partidos	F_i
0	3	3
1	12	15
2	n = 5	20
3	5	25
4	3	28
5	1	29
6	1	30

N = 30

$$P(como\ máximo\ 3\ goles) = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$ C)

62. $P(suma = 5) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ B)

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

63. “el penúltimo digito es par distinto de cero”

$\#\{2,\ 4,\ 6,\ 8\} = 4$

$P(acertar\ pen\acute{u}ltimo\ digito) = \dfrac{1}{4}$

“el último digito es impar mayor que 4”

$\#\{5,\ 7,\ 9\} = 3$

$P(acertar\ \acute{u}ltimo\ digito) = \dfrac{1}{3}$

$$\begin{aligned} &P(acertar\ en\ los\ dos\ digitos) \\ &= P(acertar\ pen\acute{u}ltimo\ digito) \cdot P(acertar\ \acute{u}ltimo\ digito) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{12} \end{aligned}$$

C)

64. “Wolf tiene una probabilidad de perder de $\frac{5}{8}$”

$\Rightarrow P(Ganar\ Wolf) = 1 - \dfrac{5}{8} = \dfrac{3}{8}$

“Memo tiene una probabilidad de ganar de $\frac{1}{3}$”

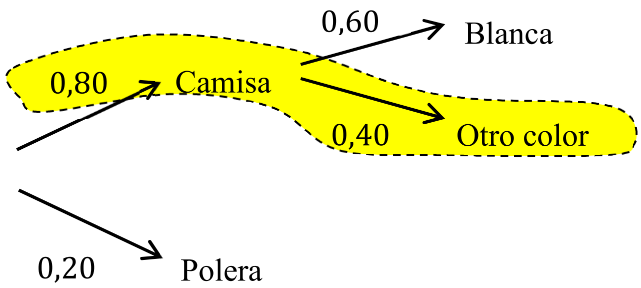
$P(Ganar\ Memo) = \dfrac{1}{3}$

¿qué probabilidad de ganar la apuesta tiene Nicolás?

$$\begin{aligned} P(ganar\ Nicol\acute{a}s) &= P(gana\ Wolf\ \acute{o}\ Memo) \\ &= P(Gana\ Wolf) + P(gana\ Memo) \\ &= \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \\ &= \frac{9 + 8}{24} \\ &= \frac{17}{24} \end{aligned}$$

A)

65. Estrategia: Diagrama de Árbol



¿Cuál es la probabilidad de que este vista camisa de color no blanca?

$P(camisa\ de\ color\ no\ blanca) = 0{,}80 \cdot 0{,}40 = 0{,}32$ A)